

FILSAFAT MATEMATIKA: KEDUDUKAN, PERAN, DAN PERSEPEKTIF PERMASALAHAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

PHILOSOPHY OF MATHEMATICS: THE POSITION, ROLE, AND PERSPECTIVE OF PROBLEMS IN THE STUDY OF MATHEMATICS

Yosua Damas Sadewo¹, Pebria Dheni Purnasari²
Suyitno Muslim³

Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta^{1,3}, Institut Shanti Bhuana²

Email Address: yosuadamassadewo_9902921035@mhs.unj.ac.id¹, pebria.dheni@shantibhuana.ac.id²
suyitno@unj.ac.id³

Dikirim 29 Januari 2022, Direvisi 12 Maret 2022, Disetujui 29 Maret 2022

Abstrak: Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memberikan kajian secara mendetail terhadap filsafat matematika, relasi filsafat matematika dengan pembelajaran, serta mengungkap problem dalam pembelajaran matematika dari perspektif filsafat matematika. Metode penelitian yang digunakan adalah metode penelitian kualitatif dengan pendekatan literatur review yakni dengan melakukan kajian terhadap beberapa artikel yang berbicara mengenai filsafat matematika serta problem-problem dalam pembelajaran matematika. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa filsafat matematika merupakan refleksi terhadap ilmu matematika itu sendiri sekaligus mempertegas makna dari suatu kebenaran dalam matematika. Cakupan dalam filsafat matematika dapat dikategorikan ke dalam 4 cabang ilmu yakni epistemologi matematika, ontologi matematika, metodologi matematika, dan logika matematika. Ditinjau dari filsafat matematika, pelaksanaan pembelajaran yang terdiri dari input, process, dan output tidak bisa lepas dari peran dan kedudukan filsafat matematika. Kendala dalam pelaksanaan pembelajaran dapat diakibatkan karena tidak tersambungannya peran dari ilmu filsafat matematika dalam proses pembelajaran.

Kata kunci: epistemologi matematika, filsafat matematika, logika matematika, metodologi matematika, ontologi matematika, problem matematika

Abstract: *This research aims to provide a detailed study of the philosophy of mathematics, the relation of the philosophy of mathematics with learning, and uncover problems in the study of mathematics from the perspective of mathematical philosophy. The research method used is a qualitative research method with a review literature approach to surveying several articles about mathematical philosophy and problems in mathematics learning. Based on the research results, it can be concluded that the philosophy of mathematics is a reflection of the science of mathematics itself and affirms the meaning of truth in mathematics. The scope in the philosophy of mathematics can be categorized into four branches of science, namely mathematical epistemology, mathematical ontology, mathematical methodology, and mathematical logic. The implementation of learning consisting of inputs, processes, and outputs cannot be separated from the role and position of mathematical philosophy. Obstacles in the performance of education can be caused by the unconnected part of the philosophy of mathematics in the learning process.*

Keywords: *philosophy of mathematics, the epistemology of mathematics, ontology of mathematics, methodology of mathematics, logic of mathematics, problems of mathematics.*

PENDAHULUAN

Matematika dapat dikatakan sebagai ilmu pengetahuan. (Haryono, 2015) menyatakan bahwa matematika merupakan bagian dari ilmu pengetahuan dengan kekhasan bersifat pasti sehingga kedudukan matematika sebagai ilmu pengetahuan

dapat memberi inspirasi dalam mengembangkan dasar pemikiran. Sebagai sebuah ilmu pengetahuan, kajian dalam matematika diturunkan ke dalam beberapa cabang ilmu untuk dipelajari dan dikembangkan. (Parnabhakti & Ulfa, 2020) menyebutkan beberapa tokoh matematika seperti Whitehead, Boole, Von Neumann,

Riemann, Kaplansky, Weyl, Hibert memberikan definisi mengenai apa itu matematika secara terpisah sesuai dengan bidang kajiannya masing-masing. Boole menyatakan bahwa matematika merupakan kumpulan ide mengenai kuantitas. Whitehead yang dikenal sebagai ahli logika mendefinisikan matematika sebagai bentuk formal dari seluruh pengetahuan dengan sifat deduktif. Kant dan Von Neuman menyatakan bahwa matematika merupakan gabungan dari akal murni yang berbantuan pengalaman. Hibert menjelaskan bahwa matematika merupakan suatu ilmu yang konsisten. Riemann menyatakan bahwa matematika berkaitan dengan teorema yang berkaitan dengan pembuktian dalam matematika. Hal ini berlawanan dengan pengertian matematika yang diungkapkan oleh Kaplansky bahwa matematika bukan hanya seputar pembuktian suatu teorema melainkan penemuan konsep-konsep baru. Selain tokoh-tokoh yang disebutkan di atas masih banyak tokoh lainnya yang memberikan definisi terhadap apa itu matematika, namun meskipun setiap tokoh memberikan makna yang berbeda-beda terdapat satu kesamaan yang mendasari apa itu matematika, yakni matematika adalah sebuah ilmu pengetahuan yang memiliki kekayaan ide di dalamnya di mana sebagian diantaranya tidak membutuhkan pembuktian, ide inilah yang membentuk konsep-konsep baru sehingga dapat menginspirasi para tokoh untuk mengembangkan konsep-konsep yang mereka miliki.

Pada hakikatnya kedudukan ilmu pengetahuan adalah memudahkan kehidupan manusia. Begitu juga dengan matematika yang tergolong sebagai ilmu pengetahuan. Lahirnya matematika tak lain adalah untuk memberikan kemudahan dan mengatasi berbagai persoalan hidup. Untuk mengetahui kedudukan dan peran matematika secara jelas, maka filsafat yang dikatakan sebagai proses berpikir memperjelas makna dari hadirnya matematika itu sendiri. (Sinaga et al., 2021) mengemukakan bahwa filsafat matematika

merupakan sebuah refleksi terhadap ilmu matematika yang mempertegas makna dari pertanyaan dan jawaban terhadap matematika itu sendiri. (Siskawati et al., 2021) Filsafat matematika juga harus dipahami sebagai fenomena maupun aktivitas sosial manusia dan merupakan bagian dari kebudayaan hidup. Pengertian Filsafat Matematika juga disampaikan oleh (Nugraheni et al., 2021) sebagai pemikiran reflektif mengenai pendidikan matematika sehingga memperjelas komponen-komponen dalam pendidikan matematika. Lebih lanjut (Mahendrawan et al., 2021) mendeskripsikan filsafat matematika secara tegas sebagai cabang dari filsafat dengan tujuan merenungkan dan menjelaskan sifat matematika. Berdasarkan pengertian yang telah dipaparkan di atas maka dapat diketahui bahwa filsafat matematika berkedudukan sebagai sebuah cara, upaya, maupun jalan untuk mengupas kedudukan dari ilmu matematika. (Prabowo, 2009) menyebutkan bahwa pada dasarnya filsafat matematika tidak memberikan penambahan ataupun pengurangan terhadap teorema sehingga filsafat ini berbeda dengan bidang kajian dalam ilmu matematika. Penjelasan ini semakin memperjelas bahwa cakupan dalam filsafat matematika adalah refleksi yang menekankan bagaimana peran dan kedudukan matematika tanpa mengubah substansi bahan kajian dalam ilmu matematika itu sendiri.

Sebagai bagian dari ilmu, filsafat matematika juga memiliki ruang lingkup bidang kajian. Hal ini sebagaimana dibagikan oleh (Gie, 1999) bahwa ruang lingkup kajian matematika terdiri atas epistemologi matematika, ontologi matematika, metodologi matematika, struktur logis dari matematika, implikasi etis dari matematika, aspek estetis matematika, peranan matematika dalam sejarah peradaban manusia. Sejalan dengan hal tersebut (Parnabhakti & Fidiawati, 2021) juga membagikan hasil kajiannya mengenai ruang lingkup filsafat matematika yakni epistemologi matematika,

ontologi matematika, metodologi matematika, struktur logika, implikasi etis tentang penerapan matematika ilmiah dalam perhitungan angka dan aplikasi teorema atau rumus. Paparan tersebut menunjukkan bahwa ruang lingkup dalam filsafat matematika yang terbagi menjadi beberapa bagian menunjukkan adanya peran dan kedudukan masing-masing bidang kajian serta bagaimana keterkaitannya dalam ilmu matematika itu sendiri. Lebih lanjut (Parnabhakti & Ulfa, 2020) menjelaskan bahwa pada bagian epistemologi matematika merupakan refleksi pikiran dari pengetahuan, asal, asal usul, sifat alami, batas, dasar dan asumsi, prinsip validitas dan reliabilitas. Hal ini sesuai dengan kajian dari Gie bahwa epistemologi matematika berbicara mengenai teori pengetahuan yang mengkaji tentang matematika. Selanjutnya pada bagian ontologi matematika yang merambah pada apa yang ada di dalam matematika, keberadaan dan metafisik. Secara spesifik Gie menyatakan bahwa ontologi matematika menyelidiki sifat dan entitas dari kategori-kategori logis yang berlainan, serta pandangan realisme empirik. Selanjutnya pada bagian metodologi matematika berbicara mengenai penelaahan dan pengkajian akan metode-metode khusus dalam matematika, seperti aksioma (*axiomatic-method*), metode hipotetik deduktif (*hypothetical-deductive method*). Sedangkan pada bagian implikasi etis matematika bersasaran pada pengaruh matematika secara luas dalam kehidupan masyarakat seperti perkembangan teknologi dan statistik yang mendorong lahirnya rumus-rumus yang kompleks untuk menciptakan teknologi yang semakin maju guna menunjang kehidupan manusia.

Kajian mengenai ruang lingkup filsafat matematika menunjukkan bahwa begitu dalam dan luasnya peranannya dari filsafat matematika. Namun, terkadang kehadiran dari filsafat matematika tidak disadari dan dipandang sebagai sesuatu yang terpisah dengan bidang kajian dalam

matematika dan ilmu-ilmu lainnya. Minimnya telaah terhadap ruang lingkup filsafat matematika membuat kurangnya referensi atau kajian mengenai peranan filsafat matematika dalam kehidupan, bahkan masih minim juga di bidang pendidikan. Bidang pendidikan merupakan salah satu bidang yang melandasi terpenuhinya kebutuhan manusia, melalui pendidikan manusia dapat berkembang. Bidang pendidikan pun merupakan salah satu bidang yang menjangkau seluruh lapisan masyarakat di segala usia, oleh karena itu kemajuan bidang pendidikan sangat diperhatikan oleh setiap negara. Berbicara mengenai bidang pendidikan, sangat erat kaitannya dengan pembelajaran di mana setiap pembelajaran memiliki tujuan yang pasti. Keterkaitan antara filsafat matematika terhadap rumpun ilmu matematika juga masih sangat jarang dibahas. Bagaimana kedudukan dari filsafat terhadap pembelajaran matematika, serta fungsi dari masing-masing ruang lingkup filsafat matematika juga jarang dikupas secara tuntas. Padahal jika dilakukan peninjauan terhadap bidang kajian filsafat matematika, terlihat bahwa ada keterkaitan yang terkandung di dalam kajian filsafat matematika terhadap proses pembelajaran matematika. Van Den Heuvel dalam (Maskar & Anderha, 2019) mengemukakan bahwa pembelajaran matematika harus berkaitan dengan realitas, bersinggungan dengan kehidupan sehari-hari sehingga relevan dengan nilai yang ada di masyarakat.

Problem-problem dalam pembelajaran matematika dapat dikatakan menduduki peringkat pertama di kalangan peserta didik baik dari jenjang pendidikan dasar, menengah, maupun tinggi. Kondisi serupa juga dialami oleh sebagian besar peserta didik yang ada di wilayah perbatasan yakni Bengkayang. Dari pengamatan yang dilakukan peneliti, dan berdasarkan hasil wawancara dengan peserta didik dan guru, matematika memiliki tingkat kesulitan yang tinggi bagi siswa, hal inipun juga terjadi ditingkat perguruan tinggi di

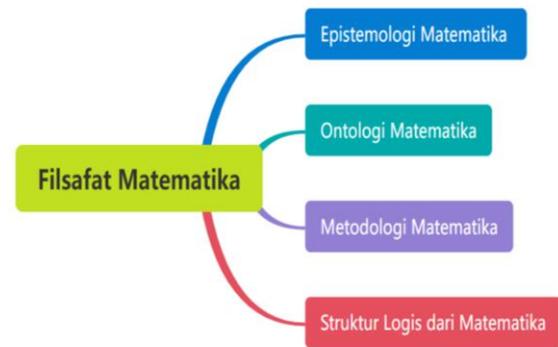
wilayah ini, terlebih lagi pada situasi pandemi Covid-19 yang membuat pembelajaran beralih secara daring. Problem dalam pembelajaran matematika menunjukkan bahwa adanya bagian yang tidak tersambung dengan baik dalam pembelajaran matematika tersebut. Bagian ini dapat berasal dari guru, siswa, bahan ajar, ataupun media pembelajaran. Kesulitan-kesulitan dalam bidang pembelajaran matematika bukan menjadi hal pertama, namun ini telah menjadi PR dalam dunia pendidikan yang sampai saat ini belum terselesaikan. Sampai pada titik ini, realisasi terhadap ilmu filsafat ke dalam pembelajaran masih belum terlihat secara jelas. Padahal filsafat matematika merupakan salah satu ilmu yang wajib dikuasai oleh calon pendidik agar dapat menyampaikan materi matematika secara komprehensif (Suyitno & Rochmad, 2015). Mengkaji problem tersebut dan meninjau kedudukan dari filsafat matematika, maka fokus dalam penelitian ini adalah untuk menemukan keterkaitan antara kedudukan dari filsafat matematika dengan pembelajaran matematika.

METODOLOGI

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan teknik studi literatur yakni dengan menelaah berbagai refrensi terkait filsafat matematika, pembelajaran matematika serta problem dalam pembelajaran matematika sehingga dapat disusun keterkaitan antara ketiganya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bidang Kajian Filsafat Matematika Filsafat matematika dapat diartikan sebagai suatu wadah pemikiran untuk menegaskan kedudukan, fungsi, dan peran dari matematika tanpa mengurangi substansi isi bahan kajian matematika. Di dalam filsafat matematika terdapat beberapa kajian yang membagi substansi matematika berdasarkan fungsi dan kedudukannya. Gambaran dari kajian filsafat matematika ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ruang Lingkup Filsafat Matematika

Terdapat 7 aspek dalam ruang lingkup filsafat matematika. Berikut dijabarkan secara rinci masing-masing kajian dari setiap aspek.

1. Epistemologi Matematika

Epistemologi matematika berisi mengenai kajian terhadap pengetahuan tentang matematika. (Gie, 1999) memaparkan bahwa epistemologi matematika merupakan cabang dari filsafat yang berkaitan dengan hakikat dan lingkup pengetahuan. (Haryono, 2015) menjelaskan bahwa epistemologi matematika berbicara mengenai kajian terhadap lingkup pengetahuan matematika yang meliputi matematika murni, matematika terapan dan berbagai cabang matematika lainnya. (Suyitno & Rochmad, 2015) menjelaskan bahwa epistemologi matematika berbicara mengenai asal matematika dan bagaimana matematika itu ada. Lebih lanjut, Haryono menyatakan bahwa pada hakikatnya matematika selalu berusaha membuktikan kebenaran sejak dari jaman yang mengkaji aspek empiris dari matematika hingga pada perkembangannya ke arah abstraksi yang lebih tinggi. Dari sudut pandang epistemologi matematika yang bersasaran pada upaya untuk meletakkan dasar matematika dan berusaha menjamin kebenaran matematika yang bertujuan untuk mengatasi kerancuan dan ketidakpastian dari dasar sebelumnya. Dengan demikian terlihat bahwa segi epistemologi ini bersasaran untuk menekankan akan sesuatu yang pasti dari matematika, sehingga pada aspek ini

pandangan tentang standar epistemologi seperti kajian mengenai kebenaran, kepastian, universalisme, obyektivitas, rasionalitas, dan lain sebagainya menjadi ciri pada aspek ini.

Secara epistemologis kedudukan dari matematika disoroti pada keberadaannya yang berkaitan dengan rasionalitas. Matematika yang pada tahap awal perkembangannya belum menemui titik terang, dapat ditarik garis yang lebih jelas berdasarkan pandangan epistemologis. (Sinaga et al., 2021) mendefinisikan epistemologi matematika sebagai cabang filsafat yang berkaitan dengan pengetahuan matematika seperti sumber, hakikat, batas-batas dan kebenaran beserta ciri-ciri dari matematika (abstraksi, ruang, waktu, besaran, dll). Secara epistemologi, matematika juga dipandang sebagai bagian dari *science*. Hal ini berarti bahwa matematika yang berkedudukan sebagai pengetahuan dapat diperoleh melalui proses belajar. Paparan tersebut, jelas menunjukkan bahwa matematika dengan kekayaan pokok bahasannya memiliki kedudukan sejajar dengan ilmu pengetahuan di mana pokok bahasan matematika dapat menjadi inspirasi pada bidang kajian di luar matematika itu sendiri. Cakupan dalam epistemologi matematika ditunjukkan pada Gambar 4.

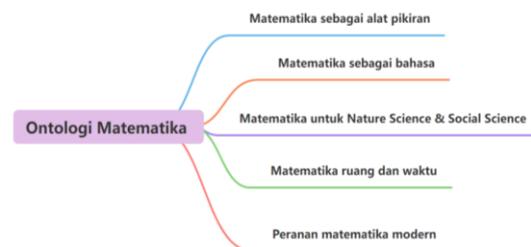


Gambar 2. Cakupan Epistemologi Matematika

2. Ontologi Matematika

Ontologi matematika mengkaji mengenai sifat dasar dari apa yang nyata secara fundamental dan cara berbeda di mana entitas dari kategori-kategori logis yang berlainan dapat dikatakan ada. Kajian dalam ontologi matematika adalah pada pandangan realisme empirik terhadap suatu

realitas dan eksistensi dari entitas-entitas matematika. Ontologi matematika merupakan cabang dari filsafat yang berkaitan dengan hal-hal metafisik (Haryono, 2015). Secara ontologi kedudukan dari matematika disoroti pada poin empirisme dan kebenaran mutlak dari matematika. (Parnabhakti & Ulfa, 2020) menjelaskan bahwa secara ontologi matematika bidang yang menjadi kajian adalah apa yang ada di dalam matematika itu sendiri yang mencakup pernyataan-pernyataan matematika. (Sinaga et al., 2021) menyebutkan ontologi matematika sebagai sebuah cabang filsafat dengan objek kajian mengenai sesuatu yang ada termasuk pada konteks metafisik. Dengan demikian, dapat dipahami bahwa ontologi matematika juga membahas hal-hal yang bersifat konkrit hingga pada teorema-teorema. Secara ontologis kedudukan dari matematika disoroti pada poin empirisme dan kebenaran mutlak dari matematika. cakupan dari ontologi matematika ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Cakupan Ontologi Matematika

Cakupan ontologi dalam matematika sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3 dapat disusun dasar pemikiran bahwa kedudukan matematika secara ontologi berkaitan dengan realitas dan entitas-entitas dalam matematika yang menjadi bahan pemikiran filsafat. Kedudukan matematika sebagai alat pikir mempertegas bahwa matematika mendorong lahirnya berbagai ilmu penunjang kehidupan manusia termasuk dalam penyelesaian permasalahan hidup. Matematika sebagai landasan berpikir dapat dikatakan sebagai dasar pemikiran-pemikiran yang membawa aras ke era modern. Berbagai persoalan yang menunjukkan kedudukan matematika

sebagai alat berpikir terlihat pada perkembangan peradaban Mesir dan peradaban Babylon hingga pemikiran ahli matematika masa lampau yang menjadikan matematika sebagai instrumen dalam melakukan suatu pekerjaan atau penyelesaian permasalahan. Berkembangnya konsep sinus dan kosinus juga menjadi cakupan yang menunjukkan kedudukan matematika sebagai alat pemikiran (Haryono, 2015).

Peran matematika sebagai bahasa dimaknai sebagai sebuah sarana berhitung yang dapat menyatukan manusia. Namun berbeda dengan bahasa dalam konteks sosial dan budaya, yang mana bahasa sebagai alat komunikasi sesuai dengan lokasi atau lingkungan masing-masing, peran matematika sebagai bahasa lebih bersifat universal. Hal ini terlihat pada kesamaan makna bilangan dalam matematika, teorema dan dalil yang tidak berubah di lingkungan manapun sehingga dapat dikatakan bahwa matematika menduduki peran sebagai bahasa internasional yang tidak mengalami perubahan makna (Haryono, 2015). Selain sebagai bahasa, matematika juga berperan sebagai *natural science* dan *social science* dalam hal ini menunjukkan kodrat matematika yang berdiri sebagai ilmu eksakta memiliki sifat yang estetis. Haryono menyebutkan bahwa matematika merupakan salah satu puncak kegemilangan intelektual, di mana kedudukan matematika menjadi referensi bagi lahirnya ilmu-ilmu pengetahuan lainnya. Peran matematika dalam konteks ruang dan waktu serta matematika modern menekankan pada entitas makna keberadaan ruang dan waktu meskipun tidak dapat ditunjukkan wujudnya. Hal inilah yang mengantarkan bahwa kajian dalam ontologi mencakup pada hal-hal metafisika namun memiliki kebenaran yang mutlak. Pada cakupan ontologi juga diyakini bahwa alam semesta merupakan bagian dari ruang dengan sifat yang tidak terhingga. Dalam konteks matematika hal tersebut dipandang sebagai sesuatu yang benar berdasarkan metafisika. Peranannya

dengan demikian mendorong perkembangan ilmu lainnya baik dalam teknologi maupun ilmu sosial demi menelaraskan kehidupan manusia.

3. Metodologi Matematika

Metodologi matematika menjadi bagian dalam cakupan filsafat matematika. Metodologi matematika berbicara mengenai penelaahan terhadap metode yang khusus digunakan dalam matematika seperti metode aksiomatik dan hipotetik deduktif (Haryono, 2015). Hal serupa juga diungkapkan oleh (Parnabhakti & Ulfa, 2020) yang menyatakan bahwa metodologi matematika mencakup metode-metode yang digunakan pada matematika. Dalam konteks tersebut dapat dimaknai sebagai kumpulan berbagai cara, rumus, kaidah yang digunakan dalam setiap ilmu. Pada cakupan ini, metodologi matematika juga diartikan sebagai cara penyusunan berbagai alur dan asas yang diterapkan dalam matematika. (Sinaga et al., 2021) secara spesifik menyebutkan bahwa metodologi matematika merupakan himpunan dari cara-cara, rumus dan kaidah-kaidah yang digunakan dalam matematika.

Haryono (2015) menyebutkan, metodologi matematika terdiri dari metode deduksi, metode induksi, dan metode dialektika. Metode deduksi diartikan sebagai suatu metode berpikir yang bercirikan penarikan kesimpulan dari prinsip umum ke khusus. Metode induksi merujuk pada pola-pola pemikiran di mana penarikan kesimpulan dari khusus ke umum. Selanjutnya pada metode dialektika yakni berfokus pada pola pemikiran di mana penarikan kesimpulan melalui tiga tahapan yang terdiri dari tesis, antithesis, dan sintesis atau berdasarkan premis mayor dan premis minor sehingga melahirkan kesimpulan baru. Dalam bukunya, Haryono memaparkan bahwa kajian dalam metodologi matematika tidak hanya berbicara mengenai 3 metode di atas, namun juga pada aspek cakupan serta kedudukan metodologi sebagai sebuah cara dalam mencapai suatu kebenaran. Metodologi matematika yang menjadi

bagian dari filsafat lebih menekankan pada cara kerja matematika terhadap kajiannya yang dapat terdiri dari objek formal dengan pendekatan epistemology, ontologi, dan logika ataupun cara kerja matematikawan dalam menggunakan filsafat matematika sebagai metode dalam berpikir sistematis, logis, kontemplatif, bahkan radikal. Kajian dalam metodologi matematika ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Kajian Metodologi Matematika

Metodologi matematika dalam pandangan Descartes seorang ilmuwan yang berasal dari Perancis dimaknai sebagai sebuah upaya yang paling tepat dalam mencari dan membuktikan kebenaran. Descartes meyakini, hanya matematika yang memiliki kepastian argumentasi dan yang paling tepat dikatakan sebagai pengetahuan. Dalam penjabaran pemikirannya, Descartes membagi kaidah dalam metodologi matematika menjadi kaidah aksioma, kaidah analisis, kaidah komposisi, dan mendata. Ke empat kaidah tersebut membawa arahan bahwa metodologi hendaknya menjadi upaya yang tepat untuk mencari kebenaran. Selain Descartes, tokoh lain yang merekonstruksi metodologi adalah Francis Bacon yang berasal dari Inggris. Karya yang paling terkenal dari Francis Bacon adalah metodologi empiris, observasi, dan eksperimen.

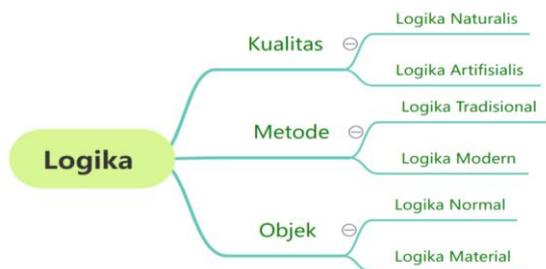
Dalam konteks metodologi matematika, penalaran deduktif merupakan kunci matematika modern. Penalaran deduktif merupakan proses berpikir yang dapat didasari dari observasi empirik yang bersifat dari hal umum ke penarikan kesimpulan secara khusus. Haryono (2015) mengemukakan bahwa penalaran deduktif

merupakan suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika. Melalui penalaran secara deduktif ini, dapat memperjelas dan memberikan titik terang dari sebuah pemahaman yang mana pembuktian-pembuktian dengan berbagai referensi yang bersifat umum akan menunjang penarikan kesimpulan yang bersifat khusus. Ditinjau dari cara berpikir dalam menemukan penyelesaian metode deduktif terbagi menjadi dua yakni metode analitik yang dapat diartikan sebagai metode yang berjalan dari yang tidak diketahui ke yang diketahui, dan yang kedua adalah metode sintetik yakni metode yang berjalan dari yang diketahui ke yang tidak diketahui. Ke dua metode tersebut berlainan, namun memiliki peran yang sama sebagai metode dalam matematika. Dalam penyelesaian masalah matematika adakalanya metode analitik digunakan namun ada satu kondisi di mana metode sintetik atau bahkan menggabungkan ke dua metode tersebut. Di sisi lain dalam konteks pengembangan pengetahuan matematika terdapat 2 metode yakni metode pembuktian dan metode pemecahan masalah. Metode pembuktian menjadi satu cara yang dilakukan untuk menemukan atau membuktikan sebuah konsep atau rumusan masalah sehingga memiliki jawaban yang valid. Dalam metode pembuktian ini dibutuhkan argumetasi yang valid dan terpercaya. Selanjutnya pada metode pemecahan masalah berbicara mengenai cara yang logis untuk menelaah sebuah permasalahan. Masalah dalam konteks matematika dapat berupa sebuah pertanyaan yang harus dijawab dan direspon, di mana pertanyaan ini menunjukkan adanya tantangan yang tidak dapat dipecahkanoleh suatu prosedur.

4. Struktur Logis dari Matematika

Kajian terhadap struktur logis dari matematika sebagai cakupan dari filsafat tertuang pada konsep dasar dari lahirnya makna terhadap logika itu sendiri. Logika juga menjadi bagian dari cabang ilmu

filosofat. Peran penting dalam logika adalah sebagai sarana dalam memahami dan memaknai persoalan di bidang ilmu eksakta termasuk matematika dan ilmu-ilmu lainnya yang selanjutnya dipecahkan secara rasional. Logika pada dasarnya mengandalkan ketajaman dari penalaran dan pemikiran. Dalam konteks matematika, logika berkedudukan sebagai pemikiran logis mengenai pengetahuan matematika. (Parnabhakti & Ulfa, 2020) mengemukakan bahwa struktur logika matematika merupakan sebuah struktur logis yang menjadi bagian dalam pengetahuan matematika. (Haryono, 2015) mengungkapkan bahwa logika dan matematika memiliki keterkaitan antara satu dengan yang lainnya, sehingga dapat dinamakan sebagai logika matematika. Berdasarkan paparan tersebut, maka logika dapat dikatakan sebagai bagian dari matematika sehingga landasan berpikir rasional dalam matematika dapat dikatakan sebagai wujud dari implementasi dari logika. Hal ini sejalan dengan paparan dari Haryono bahwa logika tergolong ke dalam konteks matematika murni karena matematika juga merupakan sebuah logika yang sistematis. Paparan tersebut dapat mengantarkan pengertian khusus bahwa matematika merupakan pendekatan logika kepada metode ilmu ukur yang sering dikenal dengan logika simbolik. Haryono, menyebutkan bahwa logika dapat dibedakan menjadi beberapa golongan sesuai dengan sudut pandang dan kedudukannya. Penggolongan logika disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Penggolongan Logika Berdasarkan Kedudukannya.

Selain penggolongan terhadap logika berdasarkan kedudukannya, Haryono (2015) juga menyebutkan bahwa seiring perkembangan dan kemajuan zaman. Jenis logika juga berkembang sesuai dengan kebutuhan masing-masing seperti logika predikat, logika *fuzzy* yang digunakan dalam ilmu teknologi, logika biner, logika himpunan dan lain sebagainya. Penjelasan tersebut menunjukkan bahwa logika menjadi satu kebutuhan dalam mengembangkan sebuah ilmu. Berkembangnya logika menempati bagiannya masing-masing sesuai rumpun ilmu sehingga jelas peran dan fungsinya. Lebih lanjut Haryono juga menyebutkan bahwa ada beberapa aliran logika yang menjadi dasar dalam penggolongan dan berkembangnya logika itu sendiri. Gambar 6 menampilkan aliran dari logika.



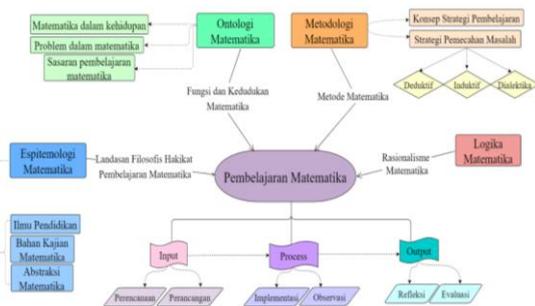
Gambar 6. Aliran Logika

Gambar 6 menunjukkan aliran logika yang terdiri dari 5 aliran dapat mengantarkan pemahaman bahwa dasar pemikiran dari logika yang dipelopori oleh beberapa tokoh memiliki makna yang berbeda namun dilandasi dengan dasar yang sama yakni pola pikir yang rasional. Logika matematika yang saat ini kita kenal merupakan bagian hasil dari pemikiran tokoh di atas yang mencari kebenaran berdasarkan rasionalisme terhadap fisik maupun metafisikal.

1. Relasi Filsafat Matematika dengan Pembelajaran Matematika

Pembelajaran matematika merupakan sebuah sarana yang membantu manusia memahami hakikat, fungsi, dan kedudukan dari matematika serta pengaplikasiannya ke dalam konteks pemecahan masalah. Pembelajaran matematika juga menjadi

jalan untuk peningkatan kemampuan matematis serta pemikiran yang rasional. Dalam konteks ini pembelajaran matematika sendiri merupakan sebuah metode yang digunakan untuk mencapai suatu tujuan tertentu. Secara filsafat upaya ini termasuk dalam cakupan metodologi matematika. Penerapan pembelajaran matematika pada hakikatnya mencakup 3 alur utama yakni *input*, *process*, dan *output*. Pada tahapan *input* termuat di dalamnya perencanaan, persiapan, dan perancangan pembelajaran, sedangkan tahapan *process* terdiri dari implementasi dan observasi, selanjutnya pada tahapan *output* terdiri dari refleksi implementasi dan evaluasi ketercapaian sehingga diperoleh gambaran dari keberhasilan sebuah pembelajaran. Ke tiga alur tersebut saling berkaitan satu dengan yang lain juga berkaitan dengan cakupan filsafat matematika. Gambaran dari keterkaitan pembelajaran matematika disajikan pada Gambar 7.



Gambar 7. Keterkaitan Filsafat Matematika dengan Pembelajaran Matematika.

Relasi filsafat matematika dengan pembelajaran pada Gambar 7 sekaligus menunjukkan peran dan kedudukan filsafat matematika dalam pembelajaran matematika. Secara umum, tahapan pembelajaran yang terdiri dari *input*, proses, dan *output* menekankan bahwa pembelajaran sendiri merupakan sebuah proses. Dalam konteks matematika, proses pembelajaran yang demikian memerlukan perencanaan yang matang. Gambar 7 menunjukkan bahwa, pembelajaran matematika tidak hanya bertitik tolak pada penguasaan ataupun penyampaian materi semata namun secara mendalam perlu penguasaan terhadap bahan kajian,

pemahaman akan hakikat dan tujuan dalam pembelajaran matematika, metode matematika, bahkan hingga ke rasionalisme matematika yang semuanya terangkum dalam filsafat matematika baik pada cakupan epistemologi, ontologi, metodologi, dan logika matematika.

Proses pembelajaran matematika di pandang dari sisi epistemologi mengarahkan guru selaku pendidik untuk mampu menguasai ilmu pendidikan, bahan kajian matematika, konsep abstraksi matematika yang mana hal ini berkaitan dengan sebab akibat abstraksi matematika itu muncul. Dengan demikian, sebagai seorang pendidik kewajiban dalam penguasaan konsep dasar matematika serta kedalaman bahan kajian mutlak harus dikuasai oleh pendidik. Dalam hal ini, penguasaan terhadap bahan kajian menjadi salah satu kompetensi yang wajib dikuasai oleh seorang pendidik. Selanjutnya pada cakupan ontologi matematika, keterkaitan dalam pembelajaran terlihat melalui bagaimana upaya guru dalam mengaitkan konteks abstraksi dalam matematika ke realitas nyata. Pada konteks ini pendidik harus mampu membawa persoalan matematika ke dalam pembelajaran. (Puspaningtyas, 2019) memaparkan bahwa penyelesaian soal matematika lebih tepat jika dikaitkan dengan konteks, lebih lanjut dijelaskan bahwa konteks ini sangat penting dalam proses pembelajaran karena dapat menjadi upaya dalam mengimplementasikan kemampuan matematika dalam kehidupan. Tidak semua jenis latihan soal yang diberikan guru dapat menjadi persoalan matematika, oleh karena itu guru perlu menguasai konsep persoalan matematika sehingga mencapai sasaran yang ditetapkan dalam pembelajaran matematika. (Muthia et al., 2018) menjelaskan bahwa sasaran dalam pembelajaran matematika adalah menyiapkan peserta didik secara mental dan intelektualnya sebagai bekal hidup, dalam matematika juga peserta didik memperoleh pengetahuan secara sistematis.

Konteks berikutnya adalah cakupan metodologi matematika, yang mana dapat dipahami sebagai strategi pemecahan masalah maupun strategi penyampaian bahan kajian dalam matematika. Hal inilah yang perlu disampaikan guru pada peserta didik sehingga pola-pola pemikiran sesuai dengan metode matematika tersampaikan dengan baik. Logika matematika yang menjadi cakupan filsafat matematika juga memiliki peran yang penting dalam konteks pembelajaran matematika. Dalam hal ini pemikiran matematis dan penalaran rasionalisme tidak hanya wajib dimiliki oleh guru namun dapat diajarkan pada peserta didik sehingga dapat penalaran secara matematika dapat menjadi bekal bagi peserta didik yang dapat diimplementasikan tidak hanya di bangku belajar namun pada implementasi kehidupan sehari-hari. Penguasaan akan ilmu matematika juga diyakini berpengaruh terhadap perkembangan ilmu-ilmu lainnya termasuk ilmu humanistik. Pemahaman terhadap logika matematika mengantarkan pada pola-pola pemikiran yang sistematis, penalaran yang terarah serta rasionalitas yang mendasar. Ke empat cakupan dalam filsafat matematika menunjukkan peran dan fungsinya masing-masing di mana ke empatnya saling terkait satu dengan yang lainnya. Hal tersebut menunjukkan bahwa pelaksanaan pembelajaran tidak bisa lepas dan terpaut dengan filsafat matematika sebagai landasan dalam pengembangan ilmu matematika termasuk pada tahapan pengajarannya. Oleh sebab itu, maka pendidikan filsafat menjadi hal yang wajib diberikan pada jenjang pendidikan guru. Hal ini sejalan dengan pendapat yang diungkapkan oleh (Suyitno & Rochmad, 2015) bahwa ilmu filsafat matematika penting untuk dipahami mahasiswa sebagai calon guru sehingga dapat menerapkan sebuah pembelajaran yang komprehensif.

2. Problem Matematika dipandang dari Ruang Lingkup Filsafat Matematika

Problem pembelajaran matematika muncul ketika pendidik tidak mampu

menyampaikan apa yang menjadi bahan kajian atau hanya mampu menyampaikan sedikit cakupan materi dalam artian penyampaian hanya berada pada lapisan terluar dari sebuah bahan kajian sehingga bagian inti dari konsep matematika tidak tersampaikan. Problem lainnya yang sering dialami pendidik adalah strategi penyampaian yang kurang tepat sehingga materi ajar tidak dapat dipahami dengan baik oleh peserta didik. Tidak dapat dipungkiri bahwa konteks matematika memiliki tingkat abstraksi yang tinggi. Hal inilah yang membuat pembelajaran matematika dipandang sulit oleh peserta didik baik di jenjang pendidikan dasar sampai pendidikan tinggi. (Saputra & Febriyanto, 2019) mengungkapkan bahwa bilangan yang menjadi ciri dalam matematika adalah sesuatu yang abstrak karena bilangan hanya dapat dihayati atau dipikirkan saja. Oleh karena itu perlu ada simbol maupun lambang yang digunakan untuk mewakili bilangan tersebut. Haryono (2016) memaparkan bahwa matematika merupakan suatu ilmu yang lebih banyak mengkaji kuantitas-kuantitas, bangun ruang, dan perubahan, serta ilmu yang menggunakan argumentasi logis dengan bantuan kaidah dan definisi dalam mencapai tujuan ataupun konsep yang baru. Dalam skala yang lebih kecil, banyak ditemui kesulitan dalam operasi hitung bilangan pada pembelajaran matematika baik dari jenjang pendidikan dasar, menengah, hingga tinggi. Problem-problem tersebut lebih berpusat pada penguasaan bahan kajian dalam rumpun ilmu matematika. Di sisi lain banyak penelitian yang mengkaji mengenai kendala pemilihan strategi yang tepat dalam pembelajaran matematika. Seperti penelitian yang dilakukan oleh (Suyitno & Rochmad, 2015), (Pinahayu, 2016), (Purnasari, 2017), dan (Suci & Taufina, 2020) yang menunjukkan adanya upaya pemecahan problem dalam pembelajaran melalui pemilihan model. Penelitian-penelitian tersebut juga menunjukkan bahwa permasalahan terkait problem

strategi mengajar telah terjadi dari beberapa tahun yang lalu hingga saat ini.

Permasalahan yang timbul dalam proses pembelajaran dapat dikerucutkan menjadi 2 kelompok yakni dari kelompok guru dan siswa. Dari sisi guru seperti dijelaskan sebelumnya bahwa kendala bahkan kegagalan pembelajaran dapat dipicu karena kurangnya kompetensi guru. Konsep terkait filosofi matematika juga belum melekat pada guru sehingga guru memandang filsafat matematika dan proses pembelajaran sebagai suatu hal yang terpisah dan tidak terkait. Dari segi siswa, kesulitan utama adalah pemahaman mengenai abstraksi matematika dan memahami konsep matematika yang tergolong abstrak ke hal-hal yang bersifat realistik. Hal ini dapat dipicu karena rendahnya kemampuan siswa sendiri atau bahkan kegagalan upaya guru dalam mengaitkan abstraksi matematika ke matematika realistik. (Nindarti et al., 2018) menyebutkan bahwa kunci dari kesuksesan dalam pembelajaran matematika terletak pada penguasaan konsep matematika oleh peserta didik. Di sisi lain tingkat kedalaman bahan kajian matematika juga menjadi kesulitan tersendiri. (Mahendrawan et al., 2021) memaparkan bahwa ilmu matematika memiliki kecenderungan dalam pembuktian. Berdasarkan hasil kajiannya dapat diketahui bahwa kebenaran matematika tergantung pada aksioma dan juga logika matematika. Jika pembuktian terhadap aksioma ataupun logika gagal maka hal tersebut dinyatakan sebagai bukan kebenaran dalam matematika. Hal ini dapat menjadi salah satu indikator yang membuat matematika sulit untuk dipahami.

KESIMPULAN

Filsafat matematika merupakan refleksi terhadap ilmu matematika itu sendiri sekaligus mempertegas makna dari suatu kebenaran dalam matematika. Kedudukan dari filsafat matematika adalah sebagai sebuah upaya ataupun jalan dalam mengupas hakikat dari ilmu matematika itu sendiri. Cakupan dalam filsafat matematika

dapat dikategorikan ke dalam 4 cabang ilmu yakni epistemologi matematika, ontologi matematika, metodologi matematika, dan logika matematika. Ke empat cakupan tersebut saling terkait dan menyoroti bidang kajiannya masing-masing sehingga memiliki peran dan kedudukan yang jelas. Dalam perkembangannya, filsafat matematika tidak hanya berbicara dalam konteks struktur ilmu matematika saja melainkan peran sertanya terhadap perkembangan ilmu matematika, ilmu science dan ilmu sosial. Melalui penelaahan filsafat matematika dapat disebutkan bahwa matematika juga berkedudukan sebagai bahasa, bagian dari seni, serta mendorong perkembangan peradaban manusia. Dalam konteks pendidikan, filsafat matematika memiliki peran yang jelas di mana setiap cabang ilmu dalam filsafat matematika memiliki kontribusi yang tegas dalam pembelajaran. Ditinjau dari filsafat matematika, pelaksanaan pembelajaran yang terdiri dari input, process, dan output tidak bisa lepas dari peran dan kedudukan filsafat matematika. Kendala dalam pelaksanaan pembelajaran dapat diakibatkan karena tidak tersambungannya peran dari ilmu filsafat matematika dalam proses pembelajaran.

SARAN

Penguasaan akan konsep filsafat matematika baik pada cakupan epistemologi, ontologi, metodologi, dan logika matematika sangat diperlukan sehingga pendidik dapat menyadari kedudukan dan makna dari intisari matematika. Hal ini juga akan memberikan arahan dalam proses pembelajaran sehingga dapat tercipta pembelajaran yang komprehensif

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terimakasih diberikan kepada Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta atas bimbingan dan dukungannya serta kepada Program Studi PGSD Institut Shanti

Bhuana yang juga telah membantu dalam penyusunan artikel ini hingga selesai.

DAFTAR PUSTAKA

- Gie, T. L. (1999). *Filsafat Matematika (Pengantar Perkenalan)*. Yayasan Studi Ilmu dan Teknologi.
- Haryono, D. (2015). *Filsafat Matematika: Suatu Tinjauan Epsitemologi dan Filosofis* (A. Hadis (ed.)). Alfabeta.
- Mahendrawan, E., Yanuarti, M., & Asmarawati, E. (2021). Kritik Terhadap Kemutlakan Filsafat Matematika. *Scientia Sacra: Jurnal Sains, Teknologi Dan Masyarakat*, 1(1), 7–12.
- Maskar, S., & Anderha, R. R. (2019). Pembelajaran transformasi geometri dengan pendekatan motif kain tapis lampung. *MATHEMA Journal Pendidikan Matematika*, 1(1), 40–47.
- Muthia, N., Netriwati, N., & Sugiharta, I. (2018). THE Pengembangan Modul Matematika untuk Menerapkan Model PQ4R. *Inovasi Pembangunan : Jurnal Kelitbangan*, 6(03), 301–316. <https://doi.org/10.35450/jip.v6i03.110>
- Nindarti, N., Suherman, S., & Anwar, S. (2018). Meningkatkan Konsep Trigonometri Berbasis Nilai Keislaman Melalui Buku Saku. *Inovasi Pembangunan : Jurnal Kelitbangan*, 6(03), 291–300. <https://doi.org/10.35450/jip.v6i03.115>
- Nugraheni, N., Rochmad, & Isnarto. (2021). Aliran Humanis dalam Filsafat Matematika. *Prisma, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 4, 393–396. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>
- Parnabhakti, L., & Fidiawati, R. (2021). Perkembangan Matematika Serta Aliran Formalisme Yang Terdapat Pada Filsafat Matematika. *Jurnal Dunia Ilmu*, 1(2), 1–5. <http://duniailmu.org/index.php/repo/article/view/27>
- Parnabhakti, L., & Ulfa, M. (2020). Perkembangan Matematika Dalam Filsafat. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik*, 1(1), 11–14.
- Pinahayu, E. A. R. (2016). Problematika Pembelajaran Matematika pada Pokok Bahasan Eksponen dan Alternatif Pemecahannya. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 5(3), 182–191. <https://doi.org/10.30998/formatif.v5i3.642>
- Prabowo, A. (2009). Aliran-Aliran Filsafat dalam Matematika. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1(2), 26–44.
- Purnasari, P. D. (2017). *Kemampuan Berpikir Kritis Dan Motivasi Belajar Pada Pembelajaran Matematika Model Group Investigation Berpendekatan Realistik*. Universitas Negeri Semarang.
- Puspaningtyas, N. D. (2019). Berpikir Lateral Siswa SD dalam Pembelajaran Matematika. *Mathema Journal*, 1(1), 24–30.
- Saputra, V. H., & Febriyanto, E. (2019). Media Pembelajaran Berbasis Multimedia Untuk Anak Tuna Grahita. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 15–23. <https://ejournal.teknokrat.ac.id/index.php/jurnalmathema/article/view/350>
- Sinaga, W., Parhusip, B. H., Tarigan, R., & Sitepu, S. (2021). Perkembangan Matematika Dalam Filsafat Dan Aliran Formalisme Yang Terkandung Dalam Filsafat Matematika. *Sepren: Journal of Mathematics Education and Applied*, 2(2), 17–22. <https://doi.org/10.36655/sepren.v2i2.508>
- Siskawati, E., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2021). Teka-Teki Klasik Filsafat Matematika. *PRISMA, Prosiding*

Seminar Nasional Matematika, 4,
189–193.

Suci, D. W., & Taufina, T. (2020).
Peningkatan Pembelajaran
Matematika Melalui Strategi Berbasis
Masalah di Sekolah Dasar. *Jurnal
Basicedu, 4(2), 505–512.*
[https://doi.org/10.31004/basicedu.v4i
2.371](https://doi.org/10.31004/basicedu.v4i2.371)

Suyitno, H., & Rochmad, R. (2015).
Pengembangan Perangkat
Pembelajaran Filsafat Matematika
melalui Pembelajaran Kooperatif Tipe
STAD dengan Strategi Berbasis
Kompetensi dan Konservasi. *Kreano,
Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif,*
6(2), 199.
[https://doi.org/10.15294/kreano.v6i2.
4981.](https://doi.org/10.15294/kreano.v6i2.4981)

Halaman Kosong